代数と幾何を用いた偏微分方程式の解の構成

理学部数理科学 守屋 克洋

キーワード

偏微分方程式、代数、幾何

研究概要

偏微分方程式の解を具体的に構成するという研究を行なっている。空間に計算方法を増やす代数の構造を与える、幾何学的に意味のある偏微分方程式を扱う、ということを利用して、与えられた解から新たな解を計算可能な方法で構成する。これは偏微分方程式の背後にある深い幾何学的構造を利用することによって可能になる。最近の研究では、複素数の高次元化にあたるクリフォード代数を用い、高次元球面内の面積変分が0になる曲面について、解の構成を行った。これは、3次元球面内の面積変分が0になる曲面について知られていた結果をクリフォード代数を用いて解釈することによって可能となった。

$$e_1^2 = \cdots = e_n^2 = -1$$
$$e_ie_j = -e_je_i \quad (i \neq j)$$
$$f\colon \mathbb{R}^2 \to S^{n-1} \subset \mathbb{R}^n$$
$$f_y = Nf_x, \quad f_{xx} + f_{yy} = 2|f_x||f_y|f$$
$$\Rightarrow$$
$$(Nf)_{xx} + (Nf)_{yy} = 2|(Nf)_x||(Nf)_y|Nf$$

アピールポイント

偏微分方程式の解の具体的構成は古典的な研究課題であり、具体的に解を構成しないで解の性質を調べる、という研究の方が現代的であるし、計算機でシミュレーションするのも一般的である。しかし、解のより詳しい性質やその意味を知りたい時には具体的な解は強力な道具となる。

応用分野

偏微分方程式の解の具体的構成を必要としている諸分野